

2020

MATHEMATICS — GENERAL

Fourth Paper

Full Marks : 100

Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.

SET - 1

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

Module-VII is compulsory and answer *any one* Group from Module-VIII

Module-VII

[Elements of Computer Science and Programming]

(মান : ৫০)

১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪×৫

(ক) $(23.45)_8$ সংখ্যাটিকে সমতুল দশমিক সংখ্যায় পরিণত করো।

(খ) $A = -145.731$, $I = 65$ হলে নিম্নলিখিত FORTRAN বিবৃতিটির আউটপুট কীরূপ দেবে তা লেখো :

WRITE (*, 5) A, I

5 FORMAT (X, F 10.2, I 2)

(প্রতিটি রিক্ত স্থানকে b প্রতীকে ব্যবহার করো)

(গ) নিম্নে প্রদত্ত টেবিলে f -কে উপলব্ধি করতে পারে এমন একটি সুইচ বর্তনী নির্ণয় করো :

x	y	$f(x, y)$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0

(ঘ) ASCII এবং FORTRAN-এর পুরো কথাটি লেখো।

(ঙ) কোনো বুলীয় বীজগণিতের ক্ষেত্রে “ $a = 0$ এবং $b = 0$ যদি এবং কেবলমাত্র যদি $a + b = 0$ ” বিবৃতিটির দ্বৈত বিবৃতিটি লেখো।

(চ) $A = 7.5$, $B = 1.9$, $C = 2.0$, $D = 0.8$, $I = 7$, $J = 13$, $K = 5$ হলে নিম্নলিখিত FORTRAN - 77 রাশিটির মান নির্ণয় করো :

$$U = A/C + (C - B)/D + J/I * K.$$

Please Turn Over

(ছ) Huntington Postulates-এর দ্বারা একটি বুলীয় বীজগণিত $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ -কে সংজ্ঞায়িত করো।

(জ) $\frac{\sqrt{a + \log_e b}}{c + d \sin x}$ -এর FORTRAN রূপ লেখো।

(ঝ) নিম্নলিখিত FORTRAN প্রোগ্রামখণ্ডটিতে যদি কোনো ভুল থাকে তবে তা নির্ণয় করো :

```
WRITE (*, 2) L, X, Y
2 FORMAT (I 4.2, 2 E6.3)
```

২। (ক) ২-এর পূরক পদ্ধতি দ্বারা নিম্নের বিয়োগফলটি নির্ণয় করো :

$$(110011.101)_2 - (10110.001)_2$$

(খ) নিম্নলিখিত ষোড়শ সংখ্যাটিকে সমতুল্য অষ্টাদশী সংখ্যায় পরিণত করো :

$$(AB.C4)_{16}$$

(গ) নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকের একটি বতনী গঠন করো :

$$f(x, y, z) = xz + y'(x' + x(y + z'))$$

এই বতনীর একটি সহজতর সমতুল্য বতনী গঠন করো।

১০

৩। (ক) স্বাভাবিক সংখ্যা N-এর ফ্যাক্টোরিয়াল নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN 77 প্রোগ্রাম লেখো।

(খ) তিনজন সদস্যের একটি কমিটিতে মেজরিটি ভোটের দ্বারা কোনো প্রস্তাব পাশ হয়। প্রত্যেক সদস্য তাঁর সিটে থাকা সুইচ টিপে কোনো প্রস্তাব সমর্থন করতে পারেন। কোনো একটি প্রস্তাব সদস্যদের ভোটের মাধ্যমে যাতে পাশ হয় — এইরূপ একটি সরল সুইচ বতনী নির্ণয় করো।

১০

৪। (ক) নিম্নলিখিত বাস্তব সংখ্যাগুলিকে নিম্নক্রমানুসারে সাজানোর জন্য একটি flowchart অঙ্কন করো :

$$91, 34, 28, 102, 55, 3, 19, 78, 10, 47$$

(খ) Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটি সরল করো :

$$f(x, y, z) = x'yz' + xy'z + xyz' + x'y'z$$

১০

৫। (ক) নিম্নের দ্বিঘাত সমীকরণের বীজগুলি নির্ণয় করার জন্য একটি গতিচিত্র অঙ্কন করো :

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

(খ) নিম্নলিখিত ক্রমটির প্রথম 'n'-টি পদ মুদ্রণের জন্য একটি গতিচিত্র অঙ্কন করো :

Fibonacci-ক্রম : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

যেখানে $n \geq 1$ এবং চূড়ান্ত ফল হিসাবে পদগুলির যোগফলও মুদ্রিত হবে।

১০

৬। (ক) নিম্নলিখিত অসীম শ্রেণিটি দ্বারা $\sin x$ সংজ্ঞাত :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

একটি প্রদত্ত মান $x = x_0$ -তে $\sin x$ -এর মান নির্ণয় করার জন্য একটি অ্যালগোরিদম রচনা করো, যেখানে ত্রুটির মান $< 10^{-6}$ ।

(খ) $x = x_0$ -তে $f(x)$ -এর মান নির্ণয়ের জন্য একটি অ্যালগোরিদম রচনা করো যেখানে

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & , & \quad x \leq 0 \\ &= x^2 - \sin x & , & \quad 0 < x \leq \pi \\ &= \sin x - x^2 & , & \quad \pi < x \leq 2\pi \\ &= 0 & , & \quad \text{elsewhere} \end{aligned}$$

এবং $\pi = \frac{22}{7}$

১০

৭। (ক) যৌক্তিক বর্তনীটি নির্ণয় করো যা নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটি উপস্থাপন করে। অতঃপর একটি সমগোত্রীয় সরলতর বর্তনী তৈরি করো :

x	y	z	f
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

(খ) Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটি সরল করো :

১০

$$f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + xyz' + xyz$$

৮। (ক) ৮টি কোটি নিয়ে Trapezoidal সূত্রের সাহায্যে $\int_a^b x^2 e^{\tan^{-1}x} dx$ -এর মান নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN 77/90

প্রোগ্রাম লেখো, যেখানে $a = 1.0$ এবং $b = 2.3$ ।

(খ) ${}^n C_r$ -এর মান নির্ণয়ের জন্য Subroutine subprogram-এর সাহায্যে একটি FORTRAN 77 প্রোগ্রাম লেখো। ১০

৯। Newton-Raphson পদ্ধতির সাহায্যে ছয় দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ভুলভাবে $x^3 - 4x - 9 = 0$ সমীকরণের একটি বাস্তব বীজ নির্ণয়ের জন্য একটি দক্ষ FORTRAN 77/BASIC/C প্রোগ্রাম লেখো। ১০

Please Turn Over

- ১০। (ক) নিম্নলিখিত সত্যসারণি দ্বারা প্রকাশিত সত্য উপলব্ধি করে এমন বুলীয় রাশিমালাকে সংযোজক স্বভাবী আকারে (CNF) প্রকাশ করো :

x	y	z	f
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

- (খ) দুইটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. বের করার জন্য BASIC/FORTRAN 77/90-এ একটি প্রোগ্রাম লেখো।

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VII

[Elements of Computer Science and Programming]

(Marks : 50)

Answer *question no. 1* and *any three* questions from the rest.

1. Answer *any five* questions :

4×5

- (a) Convert the number $(23.45)_8$ to its equivalent decimal number.
 (b) If $A = -145.731$, $I = 65$, describe the output of the following FORTRAN statements :

WRITE (*, 5) A, I

5 FORMAT (X, F 10.2, I 2)

(Use symbol $\text{\textcircled{b}}$ to denote each blank space)

- (c) Draw a switching circuit that realizes the switching function given by the following table :

x	y	$f(x, y)$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0

- (d) Write the full form of ASCII and FORTRAN.
- (e) Write the dual statement of the statement “ $a = 0$ and $b = 0$ if and only if $a + b = 0$ ” in a Boolean algebra.
- (f) If $A = 7.5$, $B = 1.9$, $C = 2.0$, $D = 0.8$, $I = 7$, $J = 13$, $K = 5$, evaluate the following arithmetic expression in FORTRAN 77 : $U = A/C + (C - B)/D + J/I * K$.
- (g) State the Huntington Postulates which define a Boolean Algebra $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
- (h) Write FORTRAN expression of $\frac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d \sin x}$.
- (i) Point out the errors (if any) in the following FORTRAN program segment :

```
WRITE (*, 2) L, X, Y
2 FORMAT (I 4.2, 2E 6.3)
```

2. (a) Perform the following subtraction using 2's complement :

$$(110011.101)_2 - (10110.001)_2$$

- (b) Find the octal equivalent of the following Hexadecimal number :

$$(AB.C4)_{16}$$

- (c) Draw a switching circuit for the following Boolean function :

$$f(x, y, z) = xz + y'(x' + x(y + z'))$$

Draw an equivalent simpler circuit of this circuit.

10

3. (a) Write a FORTRAN 77 program to find the factorial of a natural number N.
- (b) A committee consisting the three members approves any proposal by majority vote. Each member can approve a proposal by pressing a button attached to his/her seat. Design a simple switching circuit that will allow current to pass when and only when a proposal is approved. 10

4. (a) Draw a flowchart for sorting the following list of real numbers in descending order :

$$91, 34, 28, 102, 55, 3, 19, 78, 10, 47$$

- (b) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map :

$$f(x, y, z) = x'yz' + xy'z + xyz' + x'y'z \quad 10$$

5. (a) Given the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$), draw a flowchart to compute the roots of the equation.
- (b) Draw a flowchart to print the first 'n' terms of the Fibonacci sequence : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 Where $n \geq 1$ and also print the sum of the terms. 10

Please Turn Over

6. (a) $\sin x$ is defined by the following infinite series :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

Design an algorithm to evaluate the value of $\sin x$ for a given value $x = x_0$ with error $< 10^{-6}$.

- (b) Design an algorithm to find the value of $f(x)$ at $x = x_0$ where,

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & , & \quad x \leq 0 \\ &= x^2 - \sin x & , & \quad 0 < x \leq \pi \\ &= \sin x - x^2 & , & \quad \pi < x \leq 2\pi \\ &= 0 & , & \quad \text{elsewhere} \end{aligned}$$

and $\pi = \frac{22}{7}$

10

7. (a) Find the logic circuit that represents the following Boolean function. Find also an equivalent simpler circuit :

x	y	z	f
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

- (b) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map :

10

$$f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + xyz' + xyz$$

8. (a) Write an efficient FORTRAN 77/90 programme to evaluate $\int_a^b x^2 e^{\tan^{-1} x} dx$ by Trapezoidal rule with

8 ordinates where $a = 1.0$ and $b = 2.3$.

- (b) Write a FORTRAN 77 program to compute ${}^n C_r$ using a subroutine subprogram.

10

9. Write a FORTRAN 77/BASIC/C programme to find a real root of the equation $x^3 - 4x - 9 = 0$ correct up to 6D by Newton-Raphson method.

10

10. (a) Find the Boolean function represented by the following truth table in Conjunctive Normal Form :

x	y	z	f
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

- (b) Write a program in BASIC/FORTRAN 77/90 to find the H.C.F. and L.C.M. of two given positive integers. 10

Module-VIII

(বিভাগ - ক)

[A Course of Calculus]

(মান : ৫০)

১১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

- ১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪×৫

(ক) $f_n(x) = \frac{x}{1+nx}$; $n \in N$; $\forall x > 0$ হলে $\{f_n\}$ অপেক্ষক অনুক্রমটির অভিসরণ পরীক্ষা করো।

(খ) Fourier Series-এর অভিসরণ এর জন্য Dirichlet's-এর শর্তটি বিবৃত করো।

(গ) 'a' এবং 'b'-কে $z = (x^2 + a)(y^2 + b)$ থেকে নিষ্কাশন করে আংশিক অবকল সমীকরণটি গঠন করো।

(ঘ) মান নির্ণয় করো : $L\{\sin(7t+5)\}$ ।

(ঙ) দেখাও যে $(2x^2 + 3x)y_2 + (6x+3)y_1 + 2y = (x+1)e^x$ -টি সঠিক।

(চ) Laplace transform-এর অস্তিত্বের জন্য Sufficient Condition গুলি লেখো।

(ছ) 'অনির্গত সহগ পদ্ধতি'র সাহায্যে $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 2e^{3x}$ সমীকরণটির বিশেষ সমাকল y_p নির্ণয় করো।

(জ) $x + \frac{(2!)^2}{4!}x^2 + \frac{(3!)^2}{6!}x^3 + \dots + \frac{(n!)^2}{(2n)!}x^n + \dots$ যাত শ্রেণির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(ঝ) মান নির্ণয় করো : $L^{-1}\left\{\frac{1}{S^2+9}\right\}$

Please Turn Over

১২। (ক) দেখাও যে $\log_e(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ এবং এই ঘাত শ্রেণিটির অভিসারণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(খ) নিম্নোক্ত পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক $f(x)$ -এর ফুরিয়ার শ্রেণিটি নির্ণয় করো :

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{for } -\pi < x < 0 \\ 1, & \text{for } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

তারপর দেখাও যে :

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots = \frac{\pi}{4} \quad ১০$$

১৩। (ক) দেখাও যে $\sum \frac{x}{(nx+1)\{(n-1)x+1\}}$ শ্রেণিটি যে-কোনো $[a, b]$ অন্তরালে ($0 < a < b$) সমভাবে অভিসারী

কিন্তু $[0, b]$ অন্তরালে কেবলমাত্র pointwise অভিসারী।

(খ) দেখাও যে $\sum \frac{(-1)^n}{n} |x|^n$ শ্রেণিটি সমভাবে অভিসারী যখন $|x| \leq 1$ । ১০

১৪। (ক) সমাধান করো :

$$(D^3 - D^2 + 4D - 4)y = 68e^t \sin 2t \quad \text{যেখানে } y=1, Dy = -19, D^2y = -37 \quad \text{যখন } t=0 \quad \text{এবং } D = \frac{d}{dx}।$$

(খ) সমাধান করো : $p+q = x+y+z$ যেখানে $p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}$ । ১০

১৫। (ক) ভেদপ্রাচল পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করো $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$ ।

(খ) $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 (\lambda > 0)$ -এর আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করো, যেখানে $y_1(0) = 0, y_1(1) = 0$ । ১০

১৬। (ক) y -এর জন্য সমাধান করো :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + 5x + y &= e^t \\ \frac{dy}{dt} + 3y - x &= e^{2t} \end{aligned}$$

(খ) মান নির্ণয় করো : $L^{-1} \left\{ \frac{1}{S(S^2+1)} \right\}$ ১০

১৭। Laplace Transformation ব্যবহার করে সমাধান করো :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 10y = 0, y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \quad ১০$$

১৮। $f(x) = |x|$, $x \in [-\pi, \pi]$ অপেক্ষকটির Fourier শ্রেণিটি নির্ণয় করো। এর থেকে দেখাও যে

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8} \quad ১০$$

১৯। (ক) আংশিক অবকল সমীকরণটির সমাধান করো :

$$y^2 p - xyq = x(z - 2y)$$

(খ) অবাধ অপেক্ষক f -কে $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$ থেকে অপসারণ করে একটি আংশিক অবকল সমীকরণ গঠন করো। ১০

২০। (ক) মান নির্ণয় করো : $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s^2 + w^2)}\right)$

(খ) সমাধান করো : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 5y = \sin(\log x)$ ১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VIII

(Group - A)

[A Course of Calculus]

(Marks : 50)

Answer *question no. 11* and *any three* questions from the rest.

11. Answer *any five* questions :

4×5

- (a) Test the convergence of the sequence of functions $\{f_n\}$ where $f_n(x) = \frac{x}{1+nx}$; $n \in N$; $\forall x > 0$.
- (b) State Dirichlet's conditions for convergence of a Fourier series.
- (c) Form the partial differential equation by eliminating a and b from $z = (x^2 + a)(y^2 + b)$.

Please Turn Over

(d) Find : $L\{\sin(7t + 5)\}$.

(e) Verify that the equation $(2x^2 + 3x)y_2 + (6x + 3)y_1 + 2y = (x + 1)e^x$ is exact.

(f) State sufficient conditions for the existence of Laplace transform.

(g) Find the particular integral y_p , by the method of undetermined coefficient :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 2e^{3x}.$$

(h) Determine the radius of convergence of the power series $x + \frac{(2!)^2}{4!}x^2 + \frac{(3!)^2}{6!}x^3 + \dots + \frac{(n!)^2}{(2n)!}x^n + \dots$

(i) Find the following inverse Laplace transformation : $L^{-1}\left\{\frac{1}{S^2 + 9}\right\}$.

12. (a) Show that $\log_e(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ and find its radius of convergence.

(b) Expand in a Fourier series of the periodic function $f(x)$ with period 2π defined as

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{for } -\pi < x < 0 \\ 1, & \text{for } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Hence, show that $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots = \frac{\pi}{4}$.

10

13. (a) Show that the series $\sum \frac{x}{(nx+1)\{(n-1)x+1\}}$ is uniformly convergent on any interval $[a, b]$, $0 < a < b$, but only pointwise on $[0, b]$.

(b) Show that the series $\sum \frac{(-1)^n}{n} |x|^n$ is uniformly convergent in $|x| \leq 1$.

10

14. (a) Solve : $(D^3 - D^2 + 4D - 4)y = 68e^t \sin 2t$, given $y = 1, Dy = -19, D^2y = -37$ at $t = 0$ and $D = \frac{d}{dx}$.

(b) Solve : $p + q = x + y + z$ where $p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}$.

10

15. (a) Solve, by method of variation of parameters $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$.

(b) Find the eigenvalues and eigenfunction for the differential equation 10

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 (\lambda > 0), \quad y_1(0) = 0, y_1(1) = 0$$

16. (a) Solve for y :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + 5x + y &= e^t \\ \frac{dy}{dt} + 3y - x &= e^{2t} \end{aligned}$$

(b) Find : $L^{-1} \left\{ \frac{1}{S(S^2 + 1)} \right\}$ 10

17. Solve by Laplace transformation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 10y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \quad 10$$

18. Find the Fourier series for the function $f(x) = |x|$, $x \in [-\pi, \pi]$

Hence, deduce $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$ 10

19. (a) Solve the partial differential equation : $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$.

(b) Form partial differential equation by eliminating the arbitrary function from $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$. 10

20. (a) Find : $L^{-1} \left(\frac{1}{s(s^2 + w^2)} \right)$

(b) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 5y = \sin(\log x)$ 10

Module-VIII

(বিভাগ - খ)

[Discrete Mathematics]

(মান : ৫০)

১১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪×৫

(ক) $16!$ -কে 17 দ্বারা ভাগ করলে কত অবশিষ্ট থাকে নির্ণয় করো।

(খ) নীচের অসম্পূর্ণ ISBN-এর সঠিক যাচাই অঙ্কটি নির্ণয় করো :

$$81 - 85392 - 68 -$$

(গ) 'AND' gate-এর সত্যসারণি গঠন করো।

(ঘ) $xy + x'y + x'y'$ এই বুলীয় রাশিমাল্যটিকে যৌগিক স্বভাবী আকারে (C.N.F.) প্রকাশ করো।

(ঙ) 2, 4, 8, 14, 22, 32, ... অনুক্রমটির Recurrence সম্পর্কটি লেখো।

(চ) যদি $\gcd(a, b) = 1$ হয়, তবে দেখাও যে $\gcd(a + b, ab) = 1$ ।(ছ) n একটি ধনাত্মক যুগ্মসংখ্যা হলে প্রমাণ করো $\phi(2n) = 2\phi(n)$ যেখানে ϕ হল Euler's phi অপেক্ষক।(জ) যে-কোনো একটি বুলীয় অ্যালজেব্রা B -এর জন্য দেখাও যে $x + y = 1$ এবং $xy = 0$ হলে $y = x'$, যেখানে $x, y \in B$ ।(ঝ) দেখাও যে $(62.625)_{10} = (111110.101)_2$ ।

১২। (ক) একটি খেলার প্রতিযোগিতার 'Round Robin' সূচি গঠন করো যাতে 5-টি দল অংশগ্রহণ করে।

(খ) ভারতবর্ষের কোনো নির্দিষ্ট কোম্পানির পরিচিতি সংখ্যা 890102। ওই কোম্পানির কোনো বস্তুর পরিচিতি সংখ্যা 300090 হলে ওই বস্তুর UPC কত? ১০

১৩। (ক) p এবং q দুটি পৃথক মৌলিক সংখ্যা হলে দেখাও যে, $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$ ।(খ) ভাগ প্রক্রিয়ার (division algorithm) সাহায্যে 315 এবং 4235 এই সংখ্যা দুটির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয় করো। দুটি পূর্ণসংখ্যা s এবং t নির্ণয় করো যাতে $\gcd(315, 4235) = 315s + 4235t$ হয়। ১০১৪। (ক) প্রমাণ করো যে, $\phi(5n) = 5\phi(n)$ হবে যদি এবং কেবল যদি 5, n -কে ভাগ করে।

(খ) নিম্নলিখিত Master Card-এর যাচাই সংখ্যা নির্ণয় করো :

$$5546 - 1997 - 2335 - 500 -$$

১০

১৫। (ক) 'Chinese Remainder Theorem' বিবৃত করো এবং এর সাহায্যে সমাধান করো :

$$x \equiv 2 \pmod{3}, x \equiv 3 \pmod{4}, x \equiv 4 \pmod{5}$$

(খ) $n = 256$ হলে n -এর থেকে ছোটো ও n -এর সঙ্গে পরস্পর মৌলিক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা কতগুলি পাওয়া যাবে? ১০

- ১৬। (ক) নিম্নলিখিত শ্রেণিটির কারক অপেক্ষক নির্ণয় করো :
- $\{1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, \dots\}$
- (খ) প্রমাণ করো n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে $(n^3 - n)$, 6 দ্বারা বিভাজ্য। ১০
- ১৭। (ক) যদি $N = a_m 10^m + a_{m-1} 10^{m-1} + \dots + a_1 10 + a_0$ হয়, তবে দেখাও যে N , 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি এবং শুধুমাত্র যদি $a_0 = 0$ বা 5 হয়।
- (খ) $(2FB5)_{10}$ -কে hexadecimal থেকে binary-তে পরিবর্তন করো। ১০
- ১৮। (ক) নিম্নলিখিত অস্তর সমীকরণটি প্রাথমিক শর্ত অনুযায়ী সমাধান করো :
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3$ যেখানে, $a_1 = 1, a_2 = 3$
- (খ) $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 100!$ সংখ্যাটিকে 15 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে নির্ণয় করো। ১০
- ১৯। (ক) প্রমাণ করো যে অসীম সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা আছে।
- (খ) $1! + 2! + 3! + \dots + 49!$ সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি নির্ণয় করো। ১০

[English Version]*The figures in the margin indicate full marks.***Module - VIII****(Group - B)****[Discrete Mathematics]****(Marks : 50)**Answer *question no. 11* and *any three* questions from the rest.

11. Answer *any five* questions : 4×5
- (a) Find the remainder when $16!$ is divided by 17.
- (b) Find the correct check digit for the following incomplete ISBN 81 – 85392 – 68 –
- (c) Construct a truth table for ‘AND’ logic gate.
- (d) Express the Boolean expression $xy + x'y + x'y'$ in conjunctive normal form.
- (e) Find a recurrence relation that define the sequence 2, 4, 8, 14, 22, 32, ...
- (f) If $\gcd(a, b) = 1$, then show that $\gcd(a + b, ab) = 1$.
- (g) If n be an even positive integer, prove that $\phi(2n) = 2\phi(n)$ where ϕ is the Euler's phi function.
- (h) For any Boolean algebra B , if $x, y \in B$, then show that $x + y = 1$ and $xy = 0$ implies $y = x'$.
- (i) Show that $(62.625)_{10} = (111110.101)_2$.

Please Turn Over

12. (a) Find a Round-Robin Tournament schedule for 5 teams.
 (b) The identification number of some particular company in India is 890102. The identification number of some product of that company is 300090. Write down U.P.C. for this product. 10
13. (a) Show that if p and q are two distinct primes then $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.
 (b) Applying division algorithm find the g.c.d. of 315 and 4235. Then find integers s and t such that $gcd(315, 4235) = 315s + 4235t$. 10
14. (a) Prove that $\phi(5n) = 5\phi(n)$ if and only if 5 divides n .
 (b) Find the check digit of a Master card 5546 – 1997 – 2335 – 500 – 10
15. (a) State 'Chinese Remainder Theorem' and use it to solve the following system :
 $x \equiv 2 \pmod{3}$, $x \equiv 3 \pmod{4}$, $x \equiv 4 \pmod{5}$
 (b) Find the number of positive integers less than n and prime to n when n takes the value 256. 10
16. (a) Find the generating function for the sequence
 $\{1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, \dots\}$
 (b) Prove that for every positive integer n , $(n^3 - n)$ is divisible by 6. 10
17. (a) If $N = a_m 10^m + a_{m-1} 10^{m-1} + \dots + a_1 10 + a_0$, then show that N is divisible by 5 if and only if $a_0 = 0$ or 5.
 (b) Convert $(2FB5)_{10}$ from hexadecimal to binary. 10
18. (a) Solve the following difference equation with given initial condition :
 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ for $n \geq 3$, where $a_1 = 1$, $a_2 = 3$.
 (b) What is the remainder when $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 100!$ is divided by 15? 10
19. (a) Prove that there are infinitely many prime numbers.
 (b) Find digit in unit place in the sum : $1! + 2! + 3! + \dots + 49!$ 10
-